

Un court problème : entiers égaux à la somme des cubes de leurs chiffres

Le but de l'exercice est de déterminer les entiers naturels qui sont égaux à la somme des cubes de leurs chiffres. De tels entiers seront appelés des nombres d'Armstrong. Par exemple, l'entier 0 est un nombre d'Armstrong car $0^3 = 0$ mais l'entier 59 n'en n'est pas un car $5^3 + 9^3 = 854 \neq 59$.

1. Soit n un nombre d'Armstrong qui s'écrit avec p chiffres.

(a) Démontrer que

$$\frac{10^{p-1}}{p} \leq 729.$$

(b) En déduire que $p \leq 4$.

2. En déduire un algorithme permettant de déterminer les nombres d'Armstrong. Implémenter cet algorithme et donner les nombres d'Armstrong.