

**Programme de colle S21 du 04/03 au 7/03**

Suite «espaces vectoriels et applications linéaires»

**Questions de cours**

1. Si  $f$  est une AL bijective, alors son application réciproque  $f^{-1}$  est encore une AL.
2. On note  $S$  (resp.  $T$ ) l'ensemble des matrices symétriques (resp. triangulaires supérieures) de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ . Alors  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R}) = S + T$  mais la somme n'est pas directe.
3. si  $p$  est un projecteur de  $E$ , alors  $E = \text{Im } p \oplus \text{Ker } p$  et  $p$  est la projection sur  $\text{Im } p$ , parallèlement à  $\text{Ker } p$ .
4. si  $s$  est une symétrie vectorielle, alors les espaces  $\text{Ker}(s - \text{id})$  et  $\text{Ker}(s + \text{id})$  sont supplémentaires, De plus  $s$  est la symétrie par rapport à  $\text{Ker}(s - \text{id})$  parallèlement à  $\text{Ker}(s + \text{id})$ .

**Exercices**

On posera :

- d'abord **un** petit exercice en rapport avec **les développements limités** (maximum 10 minutes)
- puis un ou des exercices d'**algèbre linéaire**. Par rapport au programme précédent, il y a en plus la notion de somme directe (pour deux sev seulement), de projecteurs et de symétries. Attention, on n'utilise pas encore la théorie de la dimension (finie).

**I Notion d'espace vectoriel****II Familles génératrices, familles libres, bases****III Applications linéaires****IV Sommes de sev**Notion de somme de **deux** sev et de somme directe. Espaces supplémentaires.**V Endomorphismes remarquables**

1. projections vectorielles et projecteurs.  $\text{Ker } p$  et  $\text{Im } p$  supplémentaires
2. symétries vectorielles  $\text{Ker}(f - \text{id})$  et  $\text{Ker}(f + \text{id})$  supplémentaires.
3. homothéties, translation.